

# **FRP TRAINING COURSE**

## **MODULO 3: DISEÑO A CORTANTE**

**Ing. Giorgio Giacomini G&P Intech - Italy**

**PhD. Jaime Gonzalez University of Padua – Italy**

**Ing. Carlo Perinelli G&P Intech – Italy**

**Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)**



# CONTENIDO

## **MODULO 1 INTRODUCCIÓN**

- Necesidad de reforzamiento
- Qué son los materiales FRP?
- Propiedades mecánicas
- Introducción a la normativa

**05/02/2018**

---

## **MODULO 2 ADHERENCIA Y FLEXIÓN**

- Modos de falla
- Adherencia al sustrato
- Reforzamiento a flexión
- Resultados de pruebas experimentales

**05/02/2018**

---

## **MODULO 3 CORTANTE**

- Configuraciones de reforzamiento
- Modos de falla
- Diseño a cortante
- Resultados de pruebas experimentales

**05/02/2018**

---

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)



# **CONTENIDO**

## **MODULO 4 CONFINAMIENTO Y REFORZAMIENTO SÍSMICO**

- **Confinamiento**
- **Resultados de pruebas experimentales**
- **Daños típicos en caso de sismo**
- **FRP en zonas sísmicas**

**06/02/2018**

---

## **MODULO 5 REFORZAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA**

- **Aplicaciones del FRP en mampostería**
- **Consideraciones de diseño**
- **Adherencia**
- **Diseño**

**06/02/2018**

---

## **MODULO 6 NUEVAS TECNOLOGÍAS (FRCM)**

- **Què son los materiales FRCM?**
- **Adherencia**
- **Diseño a flexión**
- **Diseño a cortante**
- **Confinamiento**

**06/02/2018**

---

**Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)**



# CONTENIDO

## **MODULO 7 PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN**

- Preparación de la superficie/sustrato
  - Procedimiento de aplicación
  - Control y monitoreo
- 07/02/2018**

---

## **MODULO 8 INFORMACIÓN BÁSICA SOBRE LOS MATERIALES**

- Información técnica sobre los materiales FRP y FRCM disponibles en G&P INTECH
- 07/02/2018**

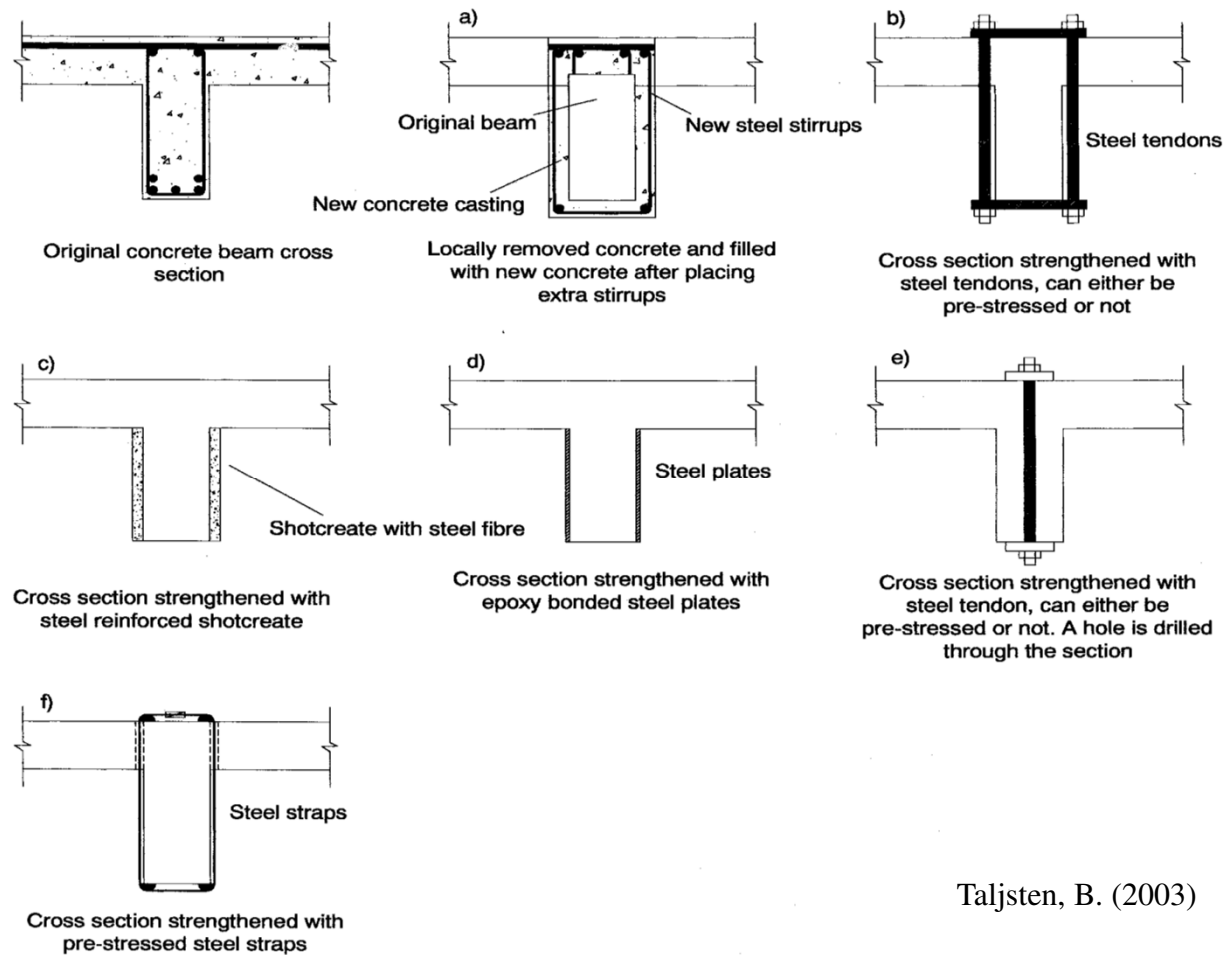
---

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)



# DISEÑO A CORTANTE

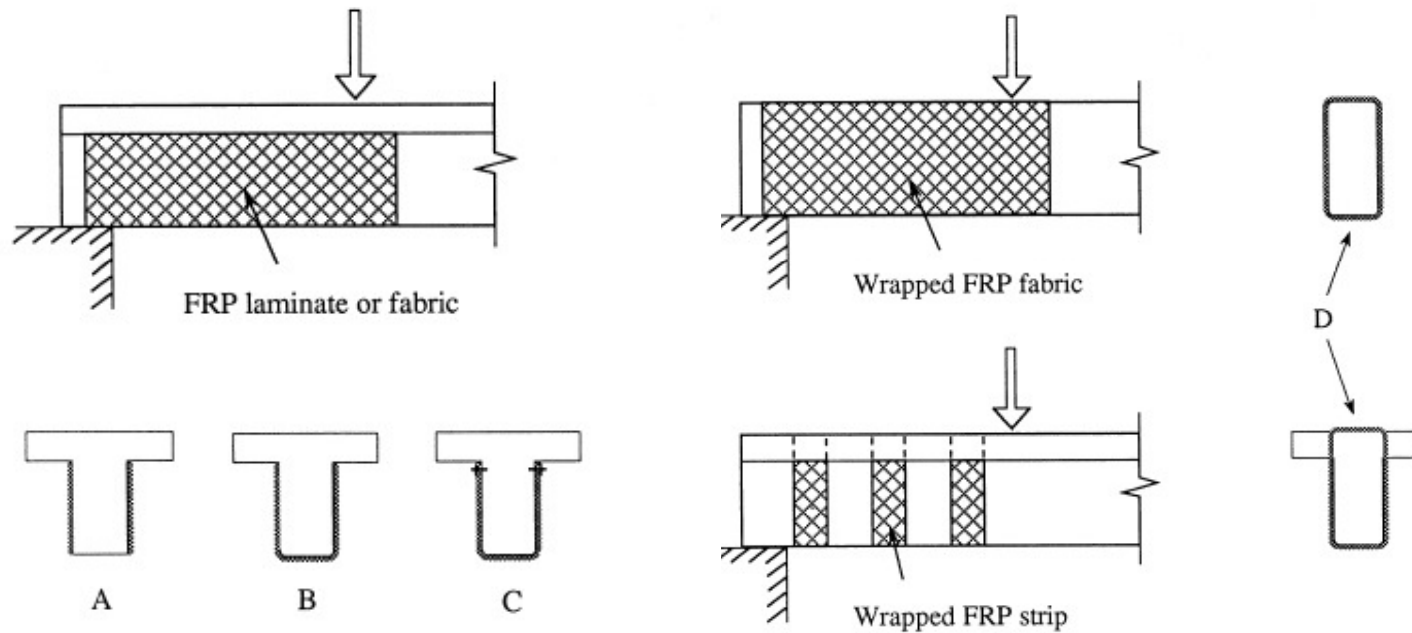
Se requiere reforzamiento a cortante cuando la resistencia del elemento de concreto es inferior a la demanda esperada, o **cuando su resistencia a cortante es inferior a la resistencia a flexión después del reforzamiento a flexión.**



Taljsten, B. (2003)

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE



Configuraciones FRP:

- **Continua**

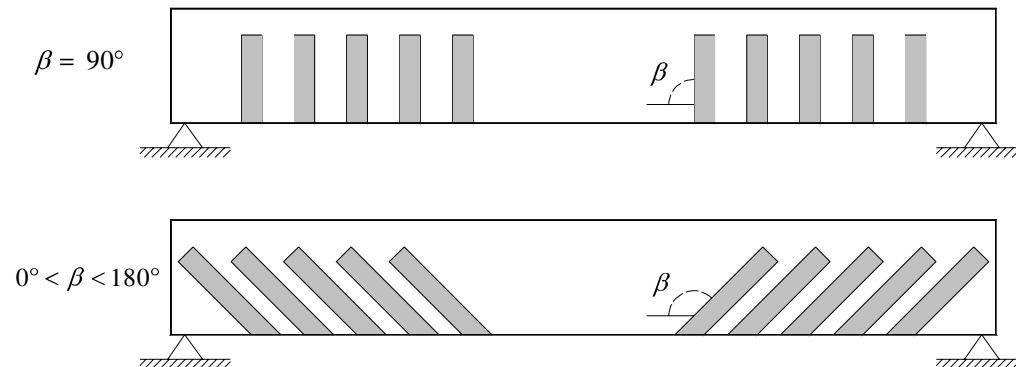
- **Franjas**

**A: Dos caras**

**B: Envoltura en “U”**

**C: Con anclajes**

**D: Envuelta totalmente**

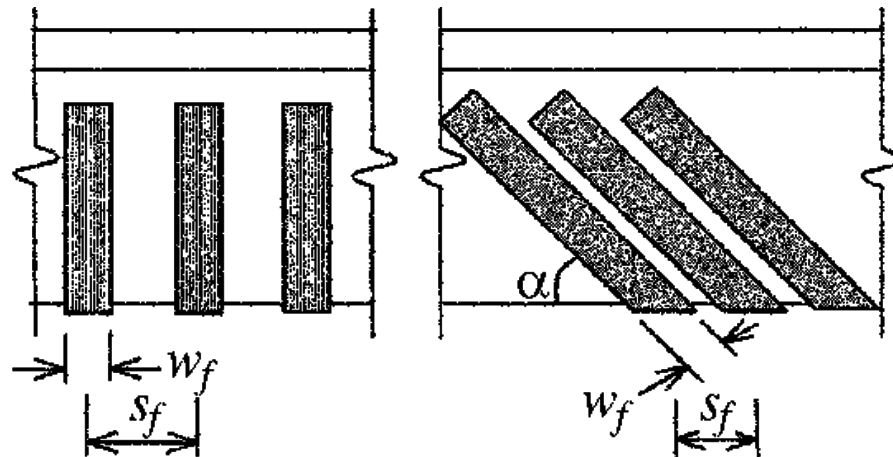


Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

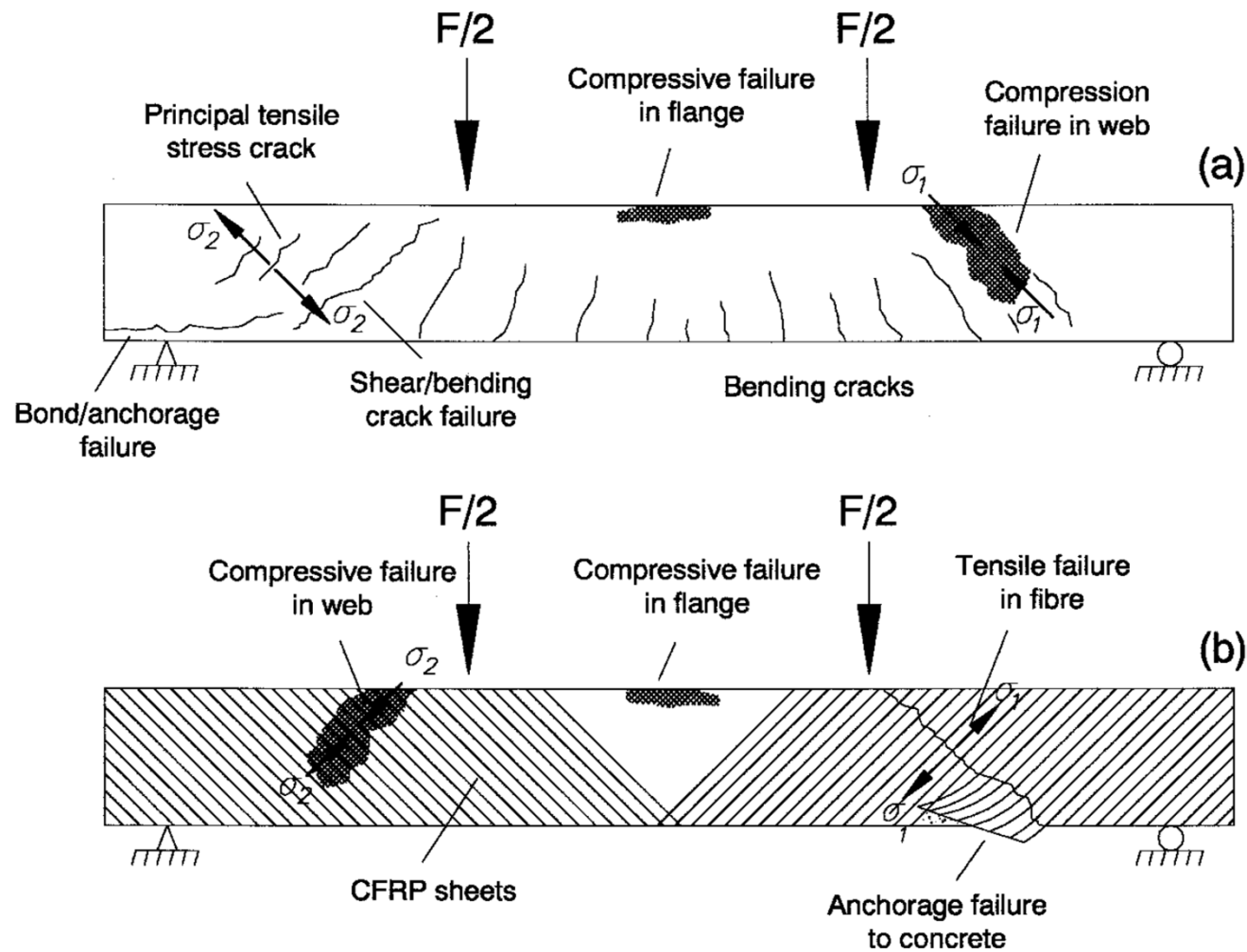
# DISEÑO A CORTANTE

El reforzamiento a cortante de miembros de concreto armado RC mediante el sistema FRP se puede proporcionar **disponiendo las fibras lo más paralelamente posible a la dirección de los esfuerzos principales máximos de tensión**, con el fin de optimizar la eficacia de FRP.

Para el caso de miembros estructurales sometidos a cargas perpendiculares al eje del miembro (por ejemplo, vigas bajo cargas de gravedad), generalmente se asume **que la dirección de los esfuerzos principales máximos de tensión en las zonas críticas de cortante forma un ángulo de  $45^\circ$**  con el eje miembro. Sin embargo, normalmente es más práctico colocar el sistema FRP con la dirección principal de la fibra perpendicular al eje del miembro.



# DISEÑO A CORTANTE

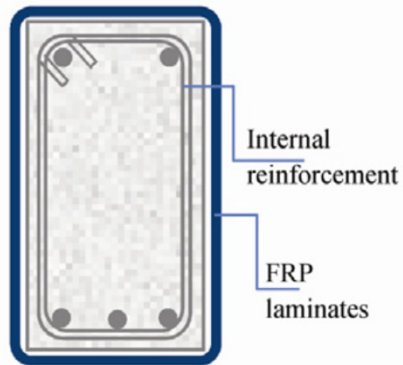


Taljsten, B. (2003)

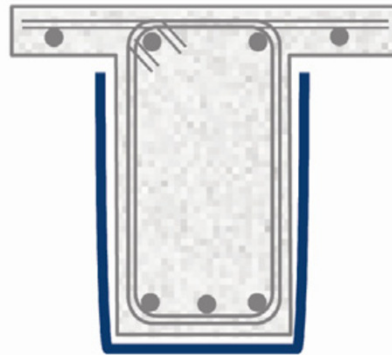
Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)



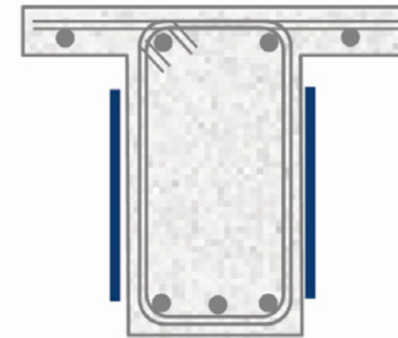
# DISEÑO A CORTANTE



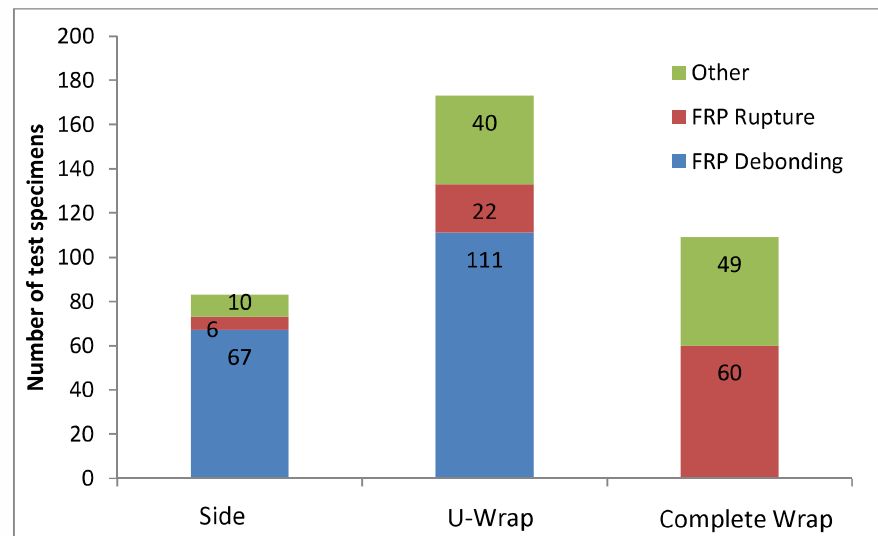
**Envoltura completa (fully wrapped)**



**Envoltura en U (U-wrapped)**



**Aplicacion en dos lados (Side bonded)**

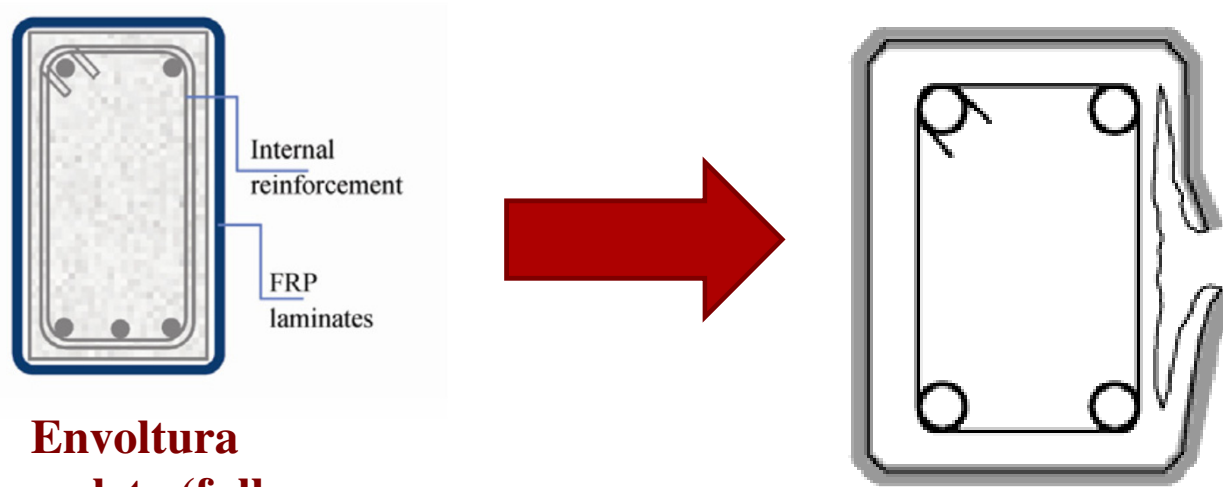


Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

## ROTURA DEL SISTEMA FRP

Este tipo de falla ocurre con mayor frecuencia con una fisura de cortante con tensión diagonal.



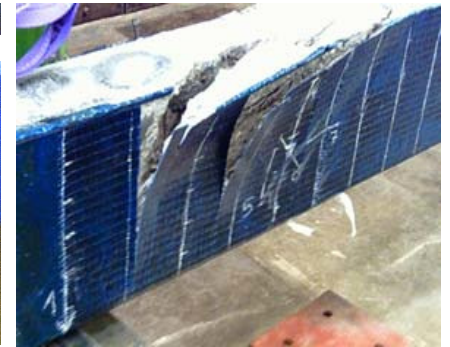
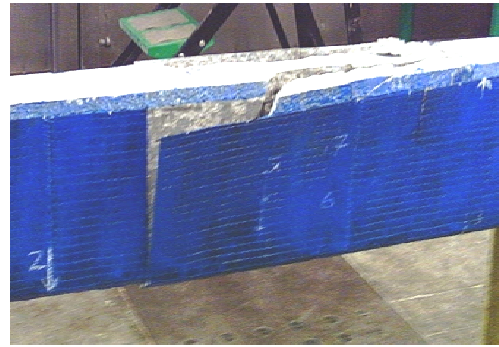
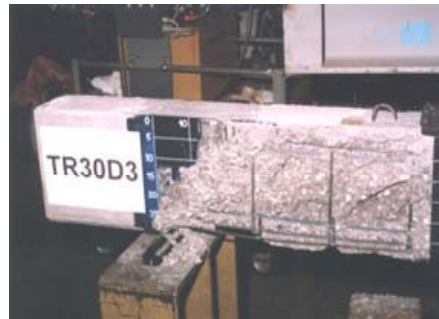
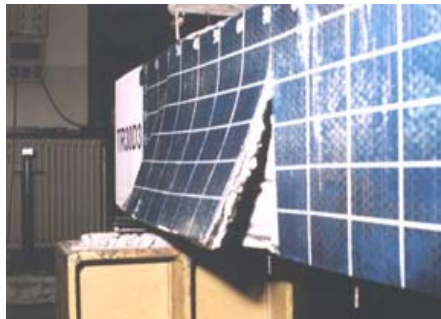
**Envoltura  
completa (fully  
wrapped)**

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

## DESPEGUE DEL FRP

El desprendimiento del compuesto de FRP del sustrato de concreto, que generalmente ocurre dentro de unos pocos milímetros dentro del recubrimiento de concreto, es el modo de falla más típico para vigas reforzadas con FRP con configuraciones envueltas en U o aplicado en las dos caras laterales. Este tipo de falla es de naturaleza frágil y conduce a un colapso repentino. De hecho, algunos códigos disponibles no permiten el uso del FRP aplicado en las dos caras laterales, ya que la posibilidad de despegue puede ocurrir para valores de carga relativamente bajos.



Failure of the strengthened beams with stirrups (side-bonding)

Failure of the strengthened beams with stirrups ("U"-jacketing)

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

La mayoría de los códigos disponibles calculan la resistencia total nominal a cortante ( $V_n$ ) de una viga reforzada con FRP como **la sumatoria de las contribuciones individuales del concreto ( $V_c$ ), refuerzo transversal interno (estribos,  $V_s$ ) y el sistema FRP ( $V_f$ ):**

$$V_n = \boxed{V_c + V_s} + \textcircled{V_f}$$

Resistencia inicial del elemento a reforzar

Contribucion del sistema FRP

Códigos como el Eurocodigo 2 (CEN 2004), ACI 318 (ACI 2014) and *fib* Model Code (*fib* 2010) se basan en el modelo biela-tirante (truss model), pero presentan diferentes metodologías para calcular las contribuciones del concreto y el refuerzo transversal y asumen valores diferentes de inclinación de la fisura de cortante, es decir, el ángulo de inclinación de la biela compresada.

# DISEÑO A CORTANTE

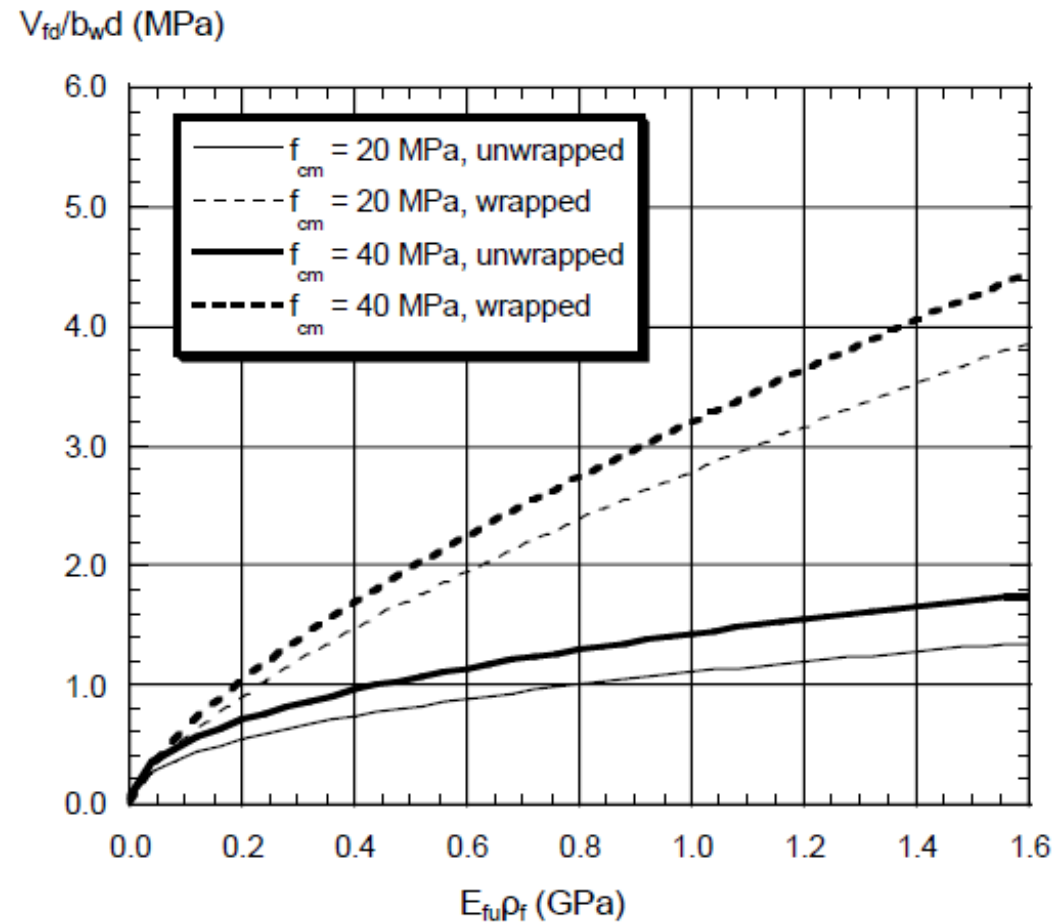
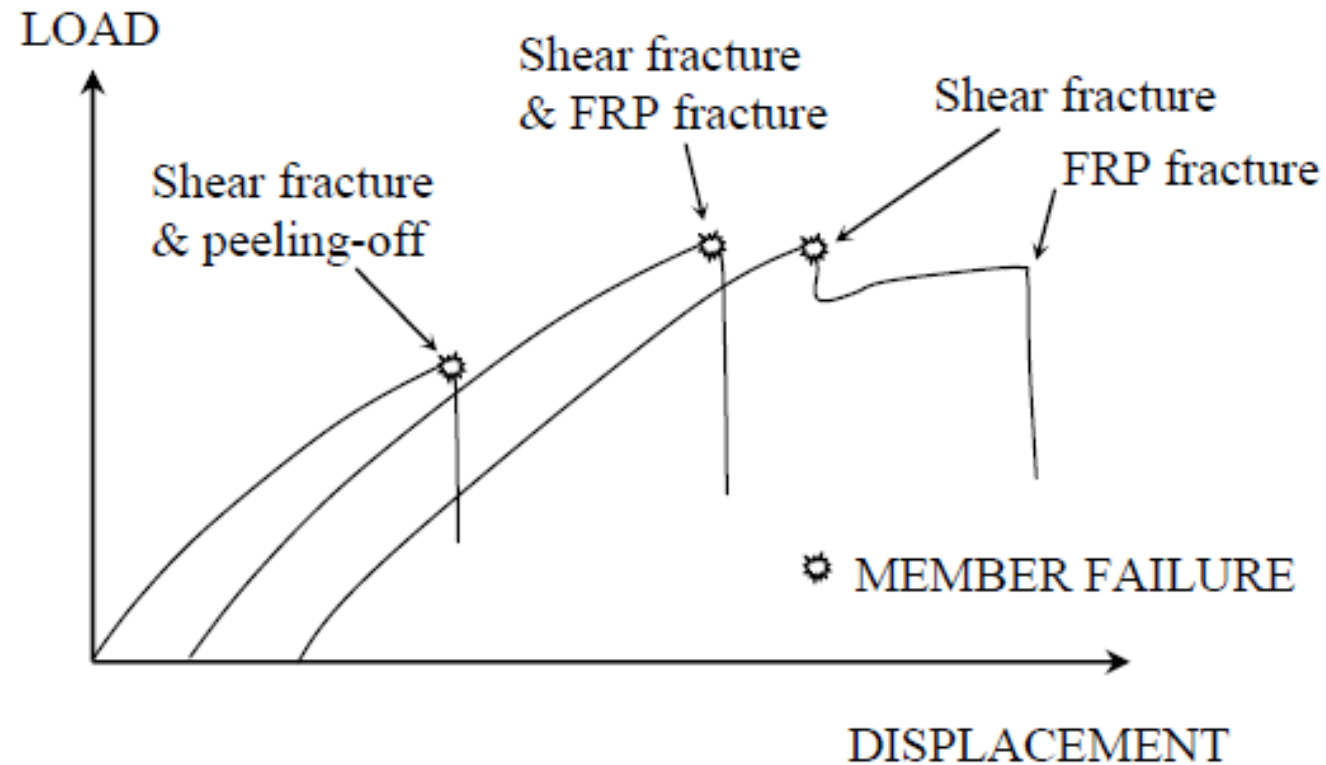


Fig. 5-8: CFRP contribution to shear capacity for two different concrete strengths and fully wrapped (properly anchored) versus unwrapped configurations.

# DISEÑO A CORTANTE



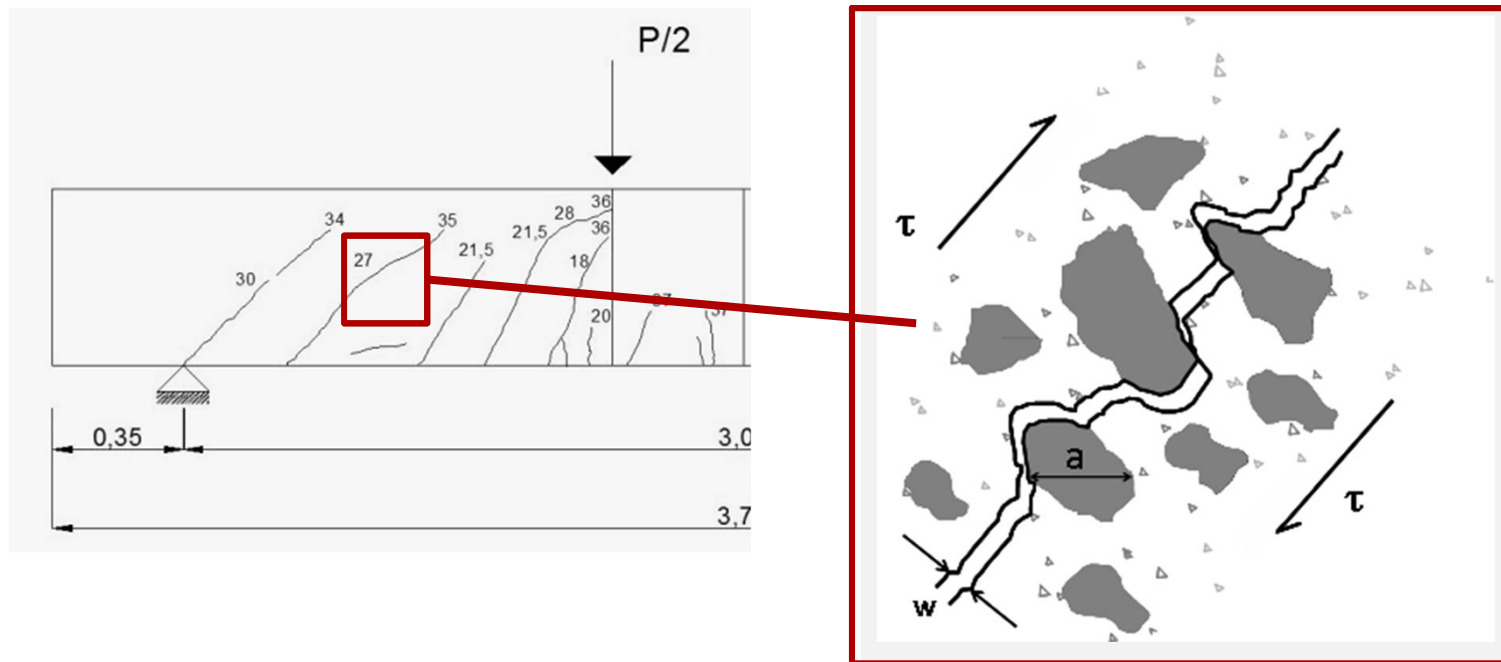
*Fig. 5-4: Schematic illustration of shear failure response.*

# DISEÑO A CORTANTE

## INTEGRIDAD DEL CONCRETO Y EFECTO DEL

### ENGRANAMIENTO DE ARIDOS

A medida que las fisuras diagonales se desarrollan y aumentan en espesor, la integridad del hormigón, y por lo tanto la resistencia del elemento, se ve comprometida debido a la pérdida del efecto del engranamiento de los aridos.





# DISEÑO A CORTANTE

En la mayoría de los casos, el comportamiento del sistema FRP se ha idealizado en analogía con los estribos de acero internos, suponiendo que la contribución del FRP a corte depende de la capacidad de las fibras para soportar esfuerzos de tracción con una esfuerzo más o menos constante.

$$V_f = \frac{A_{fv} \cancel{f_{fe}} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_{fv}}{s_f}$$

**ACI440**

$$V_{fd} = 0.9 \cdot \cancel{\varepsilon_{fd,e}} \cdot E_{fu} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha$$

**fib Bulletin 14**

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \cancel{f_{fed}} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \frac{b_f}{p_f}$$

**CNR-DT 200 R1**

Se ha demostrado que cuando el miembro de concreto alcanza su capacidad a cortante, el sistema FRP esta sometido a un nivel de deformacion, que es, en general, menor que la deformación por fractura por tracción maxima del material  $\varepsilon_{fu}$ . Esta deformación se define como **deformación efectiva**,  $\varepsilon_f$ .



# DISEÑO A CORTANTE

## DESPEGUE DEL FRP

$$V_{R,\exp}^{ref} = V_c + V_s$$

$$V_{R,\exp}^{str} = V_c + V_s + V_{f,\exp}$$

$$V_{f,\exp} = V_{R,\exp}^{str} - V_{R,\exp}^{ref}$$

$$V_{fd} = 0.9 \cdot \varepsilon_{fd,e} \cdot E_{fu} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot d \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha$$

# DISEÑO A CORTANTE

fib bulletin 14, 2001 (currently under revision)

$$V_f = \varepsilon_{fe} E_f \rho_f b d (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

- for full CFRP-FRP wraps

$$\varepsilon_{fe} = 0.17 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.30} \varepsilon_{fu};$$

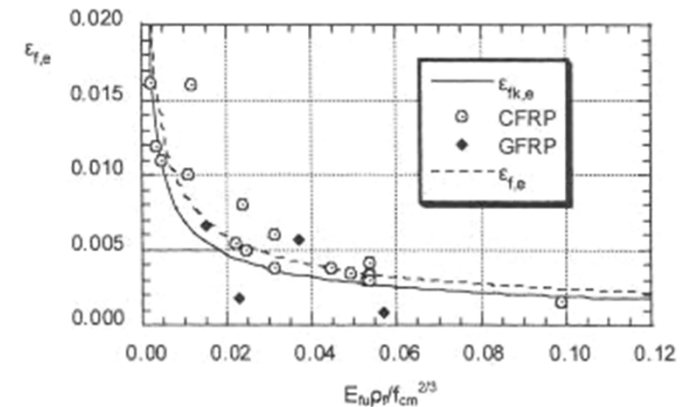
- for side or U-shaped CFRP jackets

$$\varepsilon_{fe} = \min \left[ 0.65 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.56} \cdot 10^{-3}; 0.17 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.30} \varepsilon_{fu} \right];$$

- for full AFRP-FRP wraps

$$\varepsilon_{fe} = 0.048 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.47} \varepsilon_{fu},$$

where  $f_{cm}$  is in MPa and  $E_f$  is in GPa.



- the computation of the FRP effective strain is based on a regression of a few experimental results

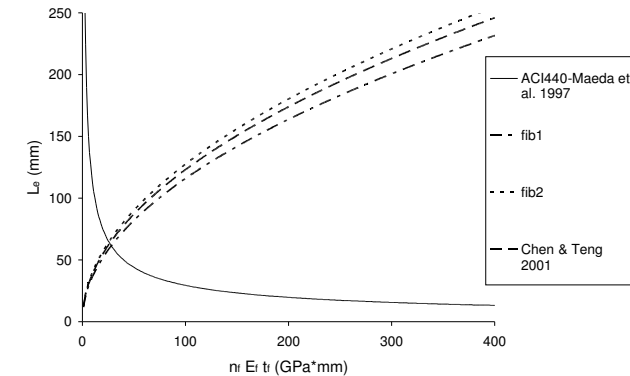
- a distinction between side-bonded and U-jacketed strengthening is not provided

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

ACI 440.2R-2002 (updated in 2008)

$$V_f = \frac{A_{fv} \varepsilon_{fe} E_f (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{s_f},$$

- for full FRP wraps



$$\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \varepsilon_{fu};$$

- for side or U-shaped FRP jackets

- **the formulation of the effective bond length  $L_e$  is questionable** (it shows an opposite trend with respect to other formulations)

$$\varepsilon_{fe} = \kappa_v \varepsilon_{fu} \leq 0.004 \quad (\kappa_v \text{ is the bond reduction coefficient}),$$

$$\kappa_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11,900 \varepsilon_{fu}} \leq 0.75, \quad L_e = \frac{23,300}{(n_f t_f E_f)^{0.58}},$$

- **the computation of the FRP effective strain** (coefficient  $\kappa_v$  and  $L_e$ ) **is based on a regression of a few experimental results**

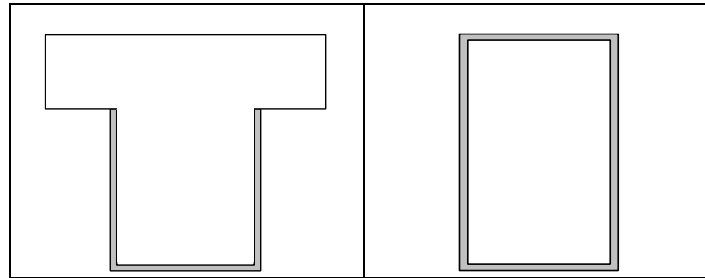
$$k_1 = \left( \frac{f_{cm}}{27} \right)^{2/3}, \quad k_2 = \begin{cases} \frac{d_f - L_e}{d_f} & \text{(U-jacketing),} \\ \frac{d_f - 2L_e}{d_f} & \text{(side bonding).} \end{cases}$$

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

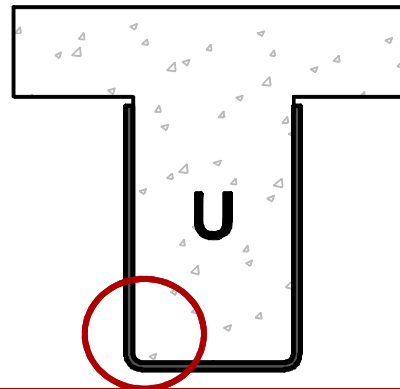
# DISEÑO A CORTANTE

## CNR-DT 200 R1/2014

- El reforzamiento para corte será verificado sólo en ELU.
- Las configuraciones de refuerzo FRP aceptadas en la norma son:



- Cuando se usan dispositivos para anclar el sistema FRP en las configuraciones envueltas en U, que han sido correctamente evaluados, el diseño puede realizarse considerando que la sección está completamente envuelta.
- Todas las esquinas interiores y exteriores y bordes filosos deberán ser redondeados o reducidos a un radio mínimo de 20 mm



Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

$$V_{Rd} = \min \left\{ V_{Rd,s} + V_{Rd,f}, V_{Rd,c} \right\}$$

Resistencia original del elemento. Notese que no se tiene en cuenta la contribución del concreto

Contribución del sistema FRP, calculado según el tipo de configuración del reforzamiento.

Verificación al aplastamiento de la biela compresa

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

## CNR-DT 200 R1/2014

$$V_{Rdc} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d > [v_{min} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$$

$f_{ck}$  in MPa

$C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c$

$\gamma_c$  = partial safety factor for the concrete (assumed = 1.5)

$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2.0$  with  $d$  in millimeters

$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) \leq 0.02$  reinforcement ratio corresponding to  $A_{sl}$

$A_{sl}$  = longitudinal steel area

$k_1 = 0.15$

$\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$  average stress in the concrete due to the axial compressive force  $N_{sd}$

$A_c$  = concrete area

$b_w$  = minimum width of the cross-section

$d$  = effective depth

$v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$

# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

## VIGAS CON REFUERZO TRANSVERSAL (ESTRIBOS)

The shear capacity is given by **the smallest between the following values:**

$$V_{Rds} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{steel tie strength})$$

$$V_{Rdmax} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta) \quad (\text{concrete strut strength})$$

with:

$z$  = 0.9  $d$  for rectangular cross-sections

$s$  = stirrup spacing

$f_{ywd}$  = design yield stress of the web reinforcement

$A_{sw}$  = area of the web reinforcement

$\alpha$  = angle between the shear reinforcement and the axis of the beam  
( $\alpha = 90^\circ$  for stirrups)

$\theta$  = inclination of the cracks or the concrete struts

$\alpha_{cw}$  coefficient of interaction between compressive stresses which can be assumed = 1

$v_1$  = reduction coefficient for shear cracked concrete, assumed = 0.5.

$f_{cd}$  = cylindrical concrete compressive strength (design value)

---

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)



# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

## CONTRIBUCIÓN A LA RESISTENCIA PROPORCIONADA POR EL SISTEMA FRP

Esfuerzo efectivo de diseño

Angulo de inclinación de la fisura diagonal, generalmente se asume igual a  $45^\circ$

Ancho de las franjas de FRP, medido en forma ortogonal a la dirección de las fibras

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \frac{b_f}{p_f}$$

1.20

Espesor total del refuerzo FRP (espesor de una capa por el numero de capas)

Angulo de inclinación del sistema FRP con respecto al eje de la viga, generalmente igual a  $90^\circ$

Espaciamiento de las franjas de FRP, medido en forma ortogonal a la dirección de las fibras

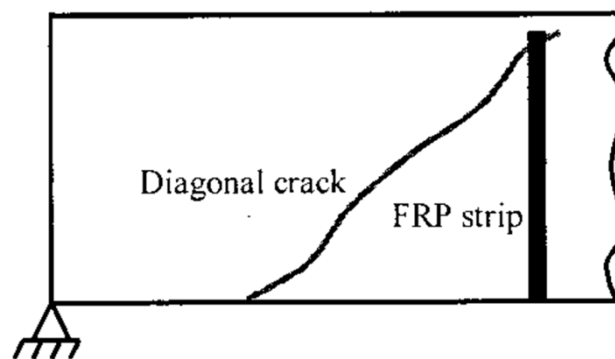
Distancia desde la fibra extrema de compresión al centroide del refuerzo de acero en tension

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

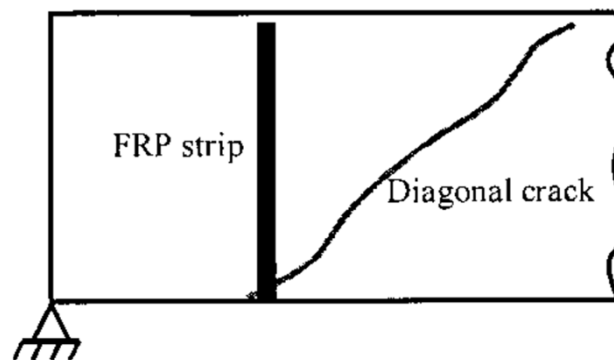


# DISEÑO A CORTANTE

Una franja cerca del extremo superior de la grieta contribuye poco a la resistencia al corte. La razón es que la tira debe deformarse lo suficiente para que sea efectiva, pero esto significa que la grieta en el borde inferior tiene que ser muy ancha. Para la envoltura en U, una franja ubicada en el extremo superior de la fisura de corte no es efectiva debido a la falta de longitud de anclaje

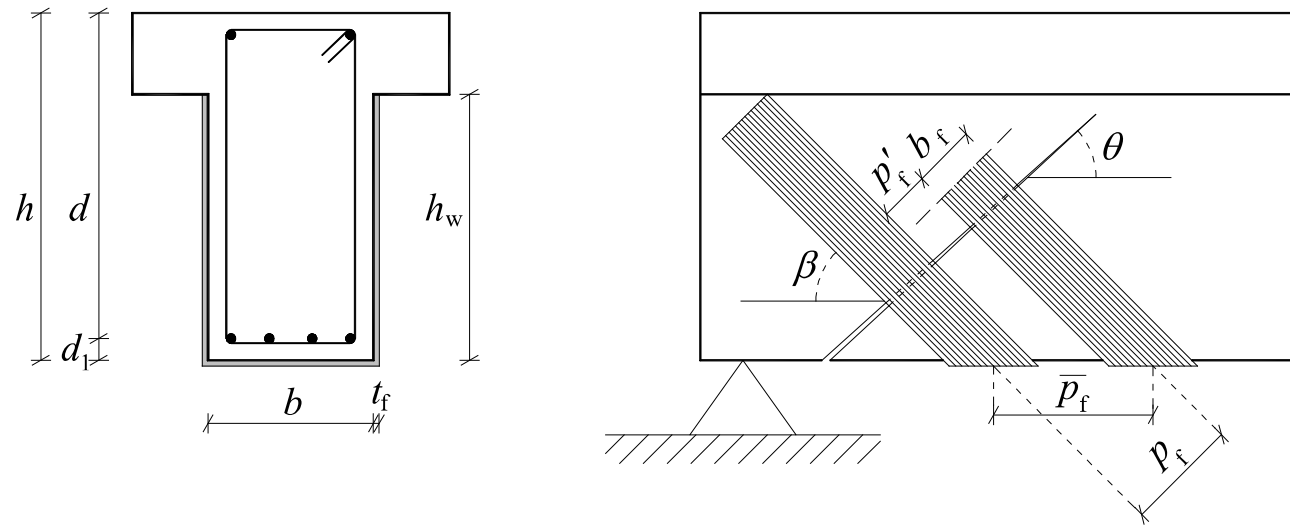


La fisura de cortante es más ancha en el extremo inferior por lo que una tira es más efectiva si está en el extremo inferior de la grieta de corte. Para la envoltura en U, una franja ubicada en el extremo inferior de la fisura de corte es efectiva debido a la mayor longitud de anclaje



# DISEÑO A CORTANTE

## CNR-DT 200 R1/2014 CONTRIBUCION A LA RESISTENCIA PROPORCIONADA POR EL SISTEMA FRP



- El ancho de las franjas,  $b_f$  (mm), y el espaciamiento centro a centro entre franjas,  $p_f$  (mm) no deben exceder las siguientes limitaciones:
  - $50\text{mm} \leq b_f \leq 250\text{mm}$ , y  $b_f \leq p_f \leq \min\{0.5 \cdot d, 3 \cdot b_f, b_f + 200\text{mm}\}$
- $b_f$  y  $p_f$  son iguales a 1.0 cuando el refuerzo se dispone de manera continua. En este caso no aplica la restricción anterior.

# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

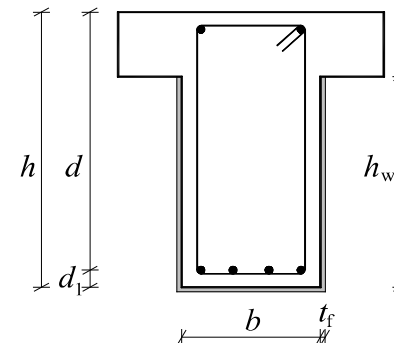
## CONTRIBUCIÓN A LA RESISTENCIA PROPORCIONADA POR EL SISTEMA FRP – ELEMENTOS ENVUELTOS EN U

Esfuerzo efectivo de  
diseno de despegue

$$l_{ed} = \max \left\{ \frac{1}{\gamma_{Rd} \cdot f_{bd}} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot t_f \cdot \Gamma_{Fd}}{2}}, 200 \text{ mm} \right\}$$

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_{ed} \sin \beta}{\min \{0.9 \cdot d, h_w\}} \right]$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fd}}{t_f}}$$



Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

## CONTRIBUCIÓN A LA RESISTENCIA PROPORCIONADA POR EL SISTEMA FRP – ELEMENTOS COMPLETAMENTE ENVUELTOS

Resistencia de diseño del sistema FRP

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min \{0.9 \cdot d, h_w\}} \right] + \frac{1}{2} (\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fdd}) \cdot \left[ 1 - \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min \{0.9 \cdot d, h_w\}} \right]$$

$$\phi_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{r_c}{b}$$

$$0 \leq \frac{r_c}{b} \leq 0.5$$

Debe considerarse solo cuando es mayor a cero.

$r_c$  es el radio de la esquina de la sección a ser envuelta

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

## CONTRIBUCIÓN A LA RESISTENCIA PROPORCIONADA POR EL SISTEMA FRP – ELEMENTOS COMPLETAMENTE ENVUELTOS

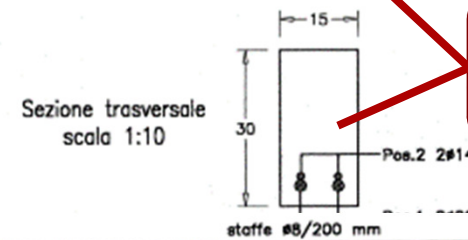
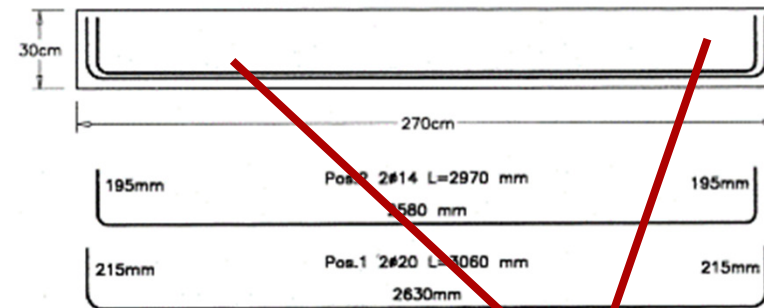
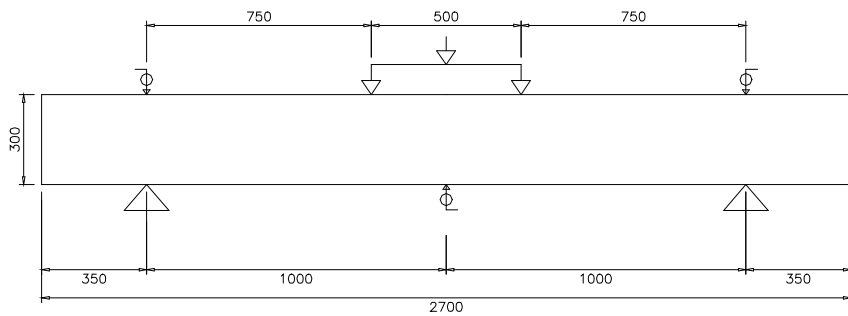
$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f / b}{1 + b_f / b}} \geq 1$$
$$\Gamma_{Fd} = \frac{k_b \cdot k_G}{FC} \cdot \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$$

- $b = p_f$  para aplicación franjas,
- $b = b_f = \min\{0.9 \cdot d, h_w\} \cdot \sin(\theta + \beta) / \sin \theta$  para los sistemas FRP instalados en forma continua a lo largo de la longitud del elemento

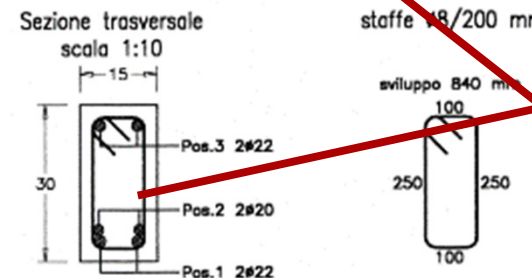
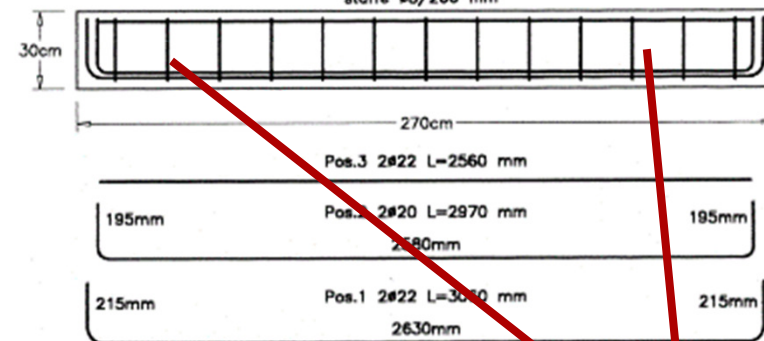
Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

## Reforzamiento a cortante\*



**Vigas sin estribos**

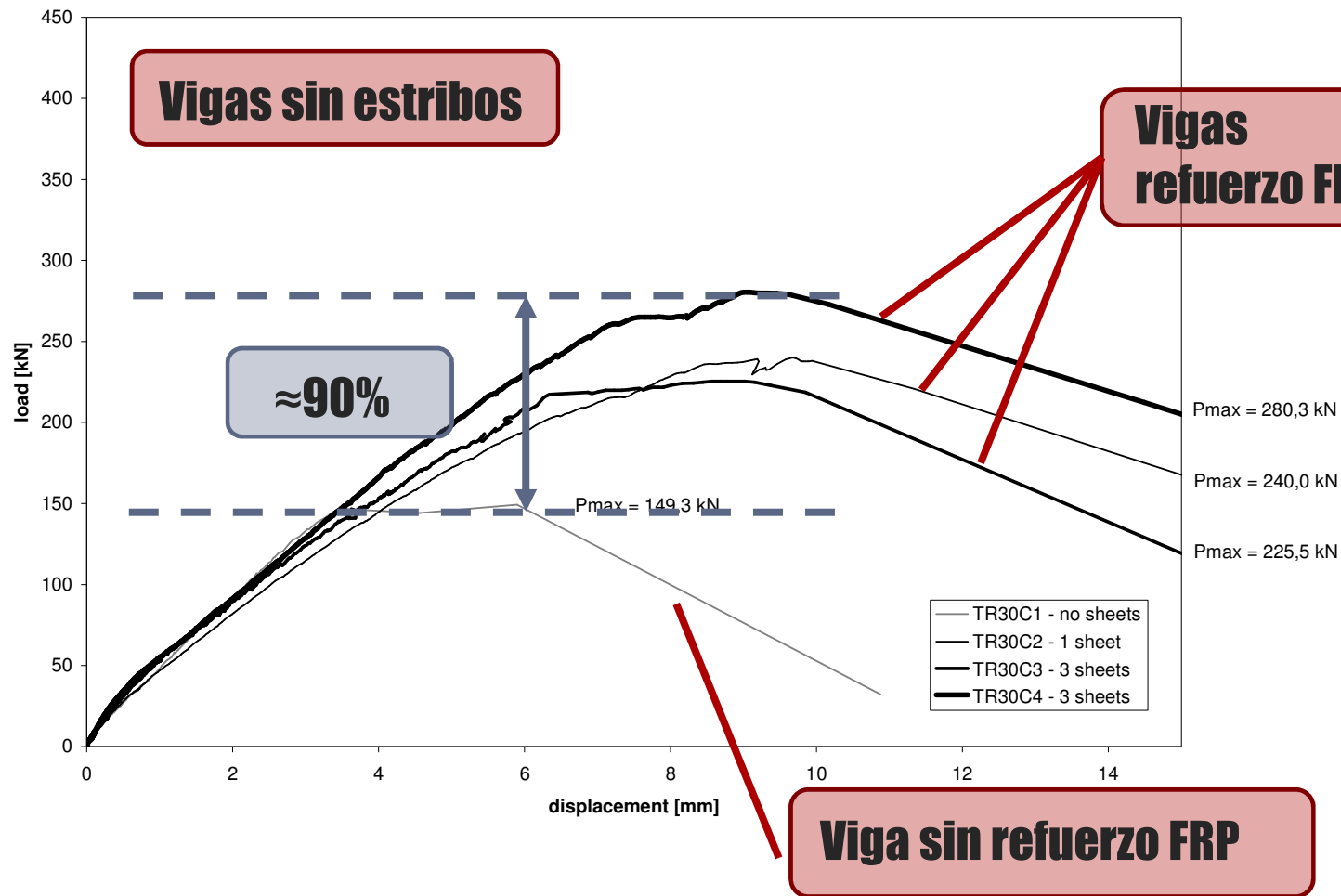


**Vigas con estribos**

\*Ensayos realizados en el laboratorio de la Universidad de Padua (Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

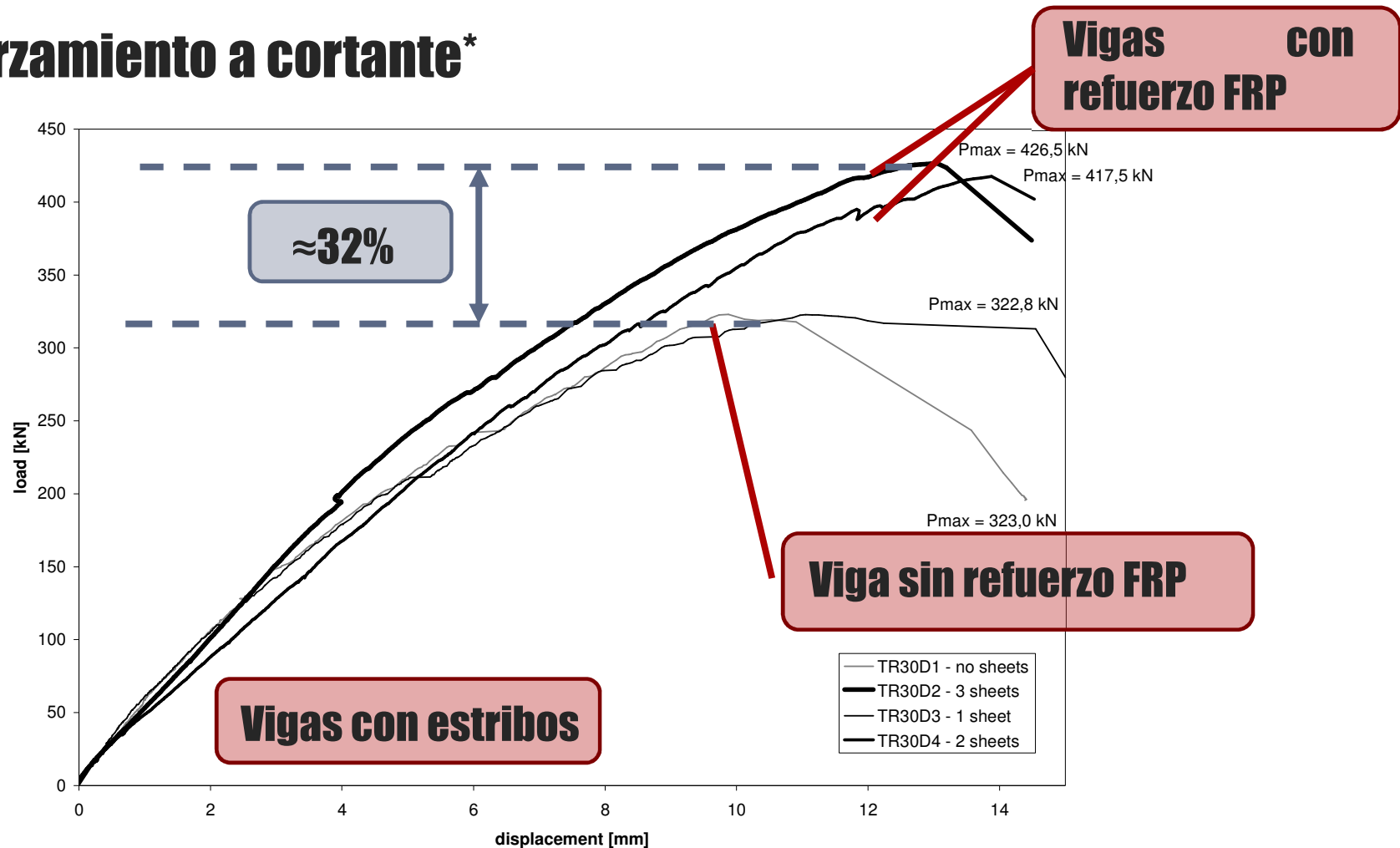
## Reforzamiento a cortante\*



\*Ensayos realizados en el laboratorio de la Universidad de Padua (Italia)

# DISEÑO A CORTANTE

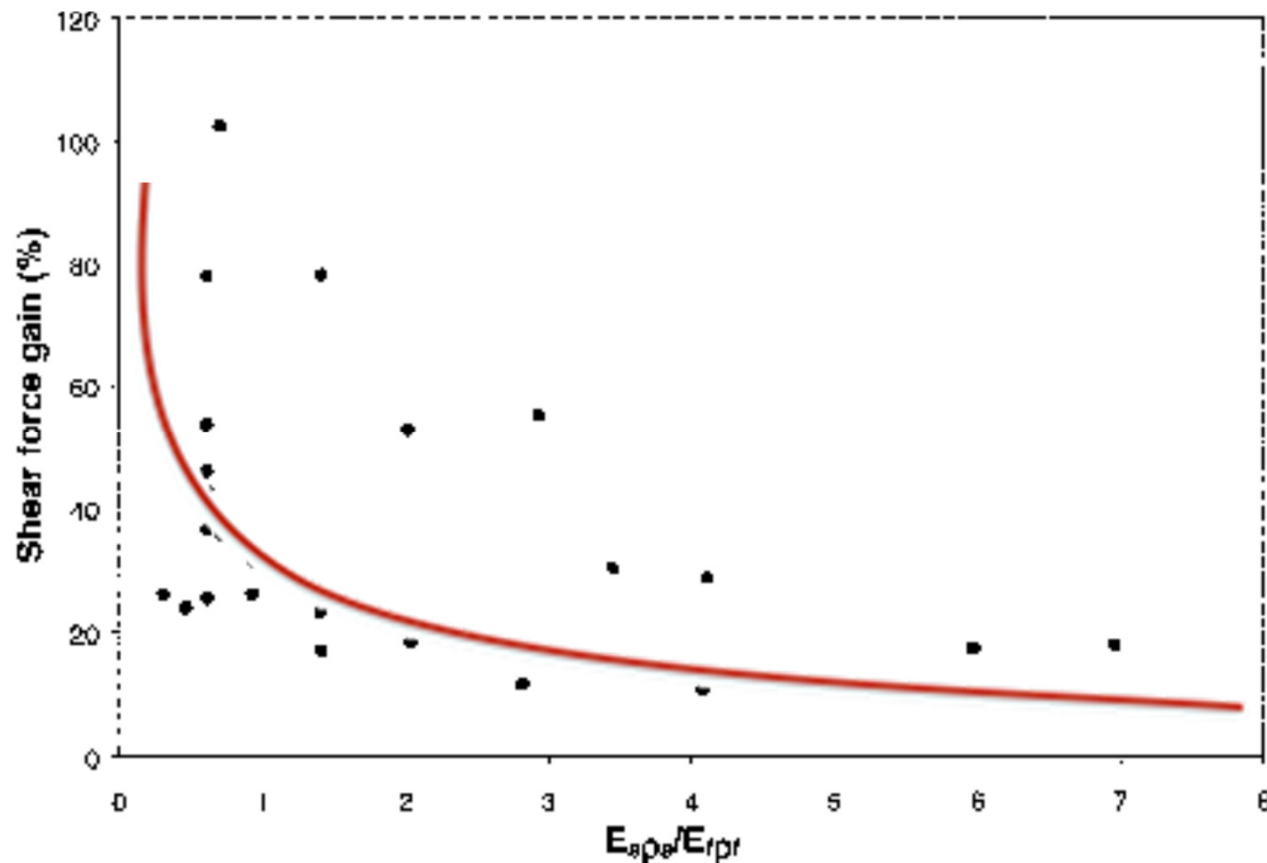
## Reforzamiento a cortante\*



\*Ensayos realizados en el laboratorio de la Universidad de Padua (Italia)



# DISEÑO A CORTANTE



La contribución del sistema FRP es menor en miembros con una alta cuantía de refuerzo transversal. Este hecho puede explicarse porque los estribos contribuyen en una mayor proporción a la resistencia al corte lo que genera que la demanda en el sistema FRP sea menor.

# DISEÑO A CORTANTE

El uso de reforzamiento con una alta rigidez puede traer como consecuencia:

1. Valores bajos de deformación unitaria del Sistema debido a un desprendimiento prematura
2. Lo anterior puede conducir a valores bajo de deformacion en los estribos, que en algunos caso pueden ser inferiores a la deformación de fluencia

**ESTA INTERACCIÓN ENTRE EL SISTEMA FRP Y EL REFUERZO INTERNO (ESTRIBOS) DEBE SER TENIDA EN CUENTA DURANTE EL DISEÑO AUNQUE SI NO ES CONSIDERADA POR LA MAYORÍA DE LAS NORMATIVAS**

## ***fib* BULLETIN 14**

For most practical cases, the above equations for the effective FRP strain give values that are above the yield strain of internal stirrups. For the sake of completeness we should mention that if this is not the case, then the effective FRP strain should also be used for the calculation of the contribution of the internal steel.

### ***TR55 Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composite materials***

Equation 7.1 is only valid when the steel reinforcement yields before failure or separation of the FRP. It may generally be assumed that this will occur as long as:

$$\frac{f_{ywk}}{E_s} < \epsilon_{fse}$$

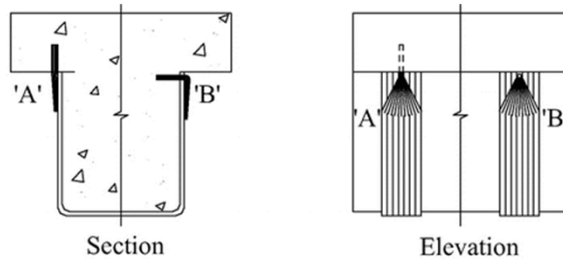
where

$f_{ywk}$  = characteristic yield strength of the steel shear reinforcement

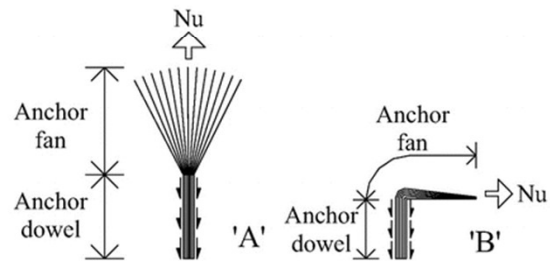
$E_s$  = Young's modulus of the steel shear reinforcement.

# DISEÑO A CORTANTE

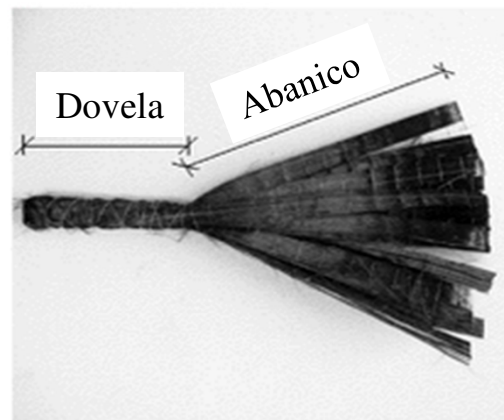
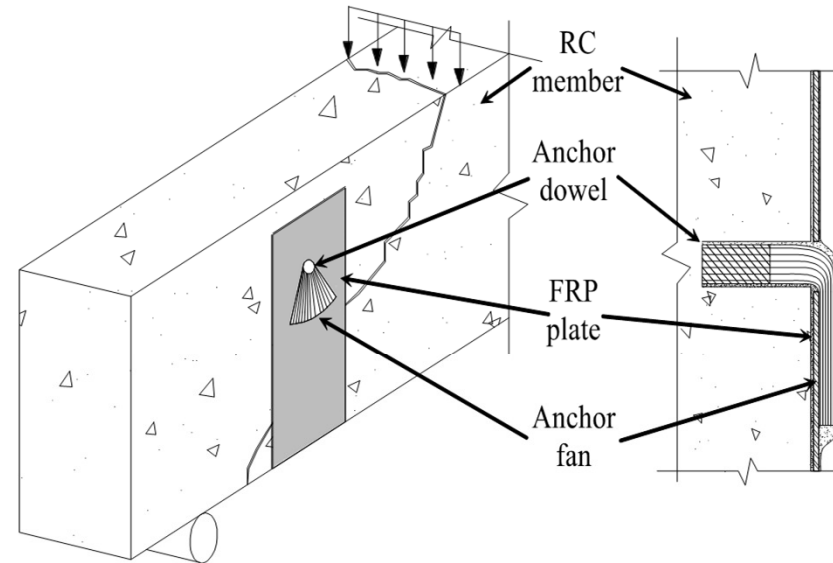
## CNR-DT 200 R1/2014 USO DE ANCLAJES



(a) FRP anchor types and applications



(b) FRP Anchor types and dowel stress distribution



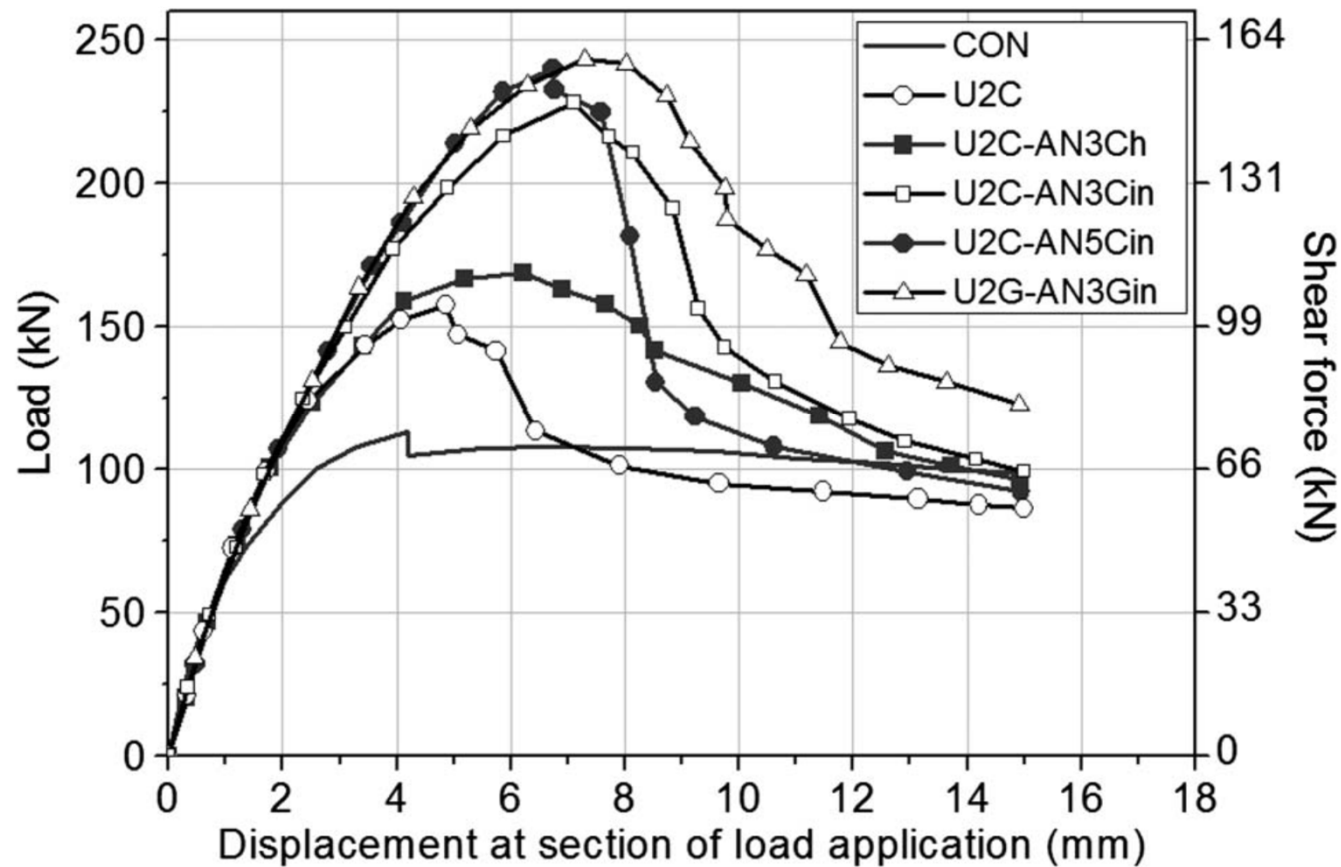
Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)



# DISEÑO A CORTANTE

CNR-DT 200 R1/2014

USO DE ANCLAJES



Koutas, L. y Triantafillou, T. (2013)

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)



# FRP TRAINING COURSE

## MODULO 3: DISEÑO A CORTANTE

Copyright 2018- Este curso de capacitación en formato electrónico con textos, fotos y dibujos es propiedad de la compañía italiana G & P intech y está protegida por derechos de autor y copyright 2018. Está prohibido imprimir, copiar, reproducir, incluso parcialmente, para difundir el documento por correo electrónico, internet sin el permiso expreso por escrito de los autores y G & P intech. Cualquier violación de lo anterior será castigada de acuerdo con las regulaciones nacionales e internacionales vigentes en materia de derechos de autor y copyright.

[www.gpintech.com](http://www.gpintech.com)

[info@gpintech.com](mailto:info@gpintech.com)

Febrero 5-9, 2018 (Vicenza, Italia)

